

تحلیل نظم هندسی شبکه‌های زهکشی با استفاده از مدل توکوناگا و بعد ظرفیت (مطالعه موردی):

حوضه آبریز رودخانه بشار)

زهرا پروانه - کارشناس ارشد ژئومورفولوژی، گروه زمین‌شناسی دریایی، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر، خرمشهر، ایران
هیوا علمیزاده* - استادیار ژئومورفولوژی، گروه زمین‌شناسی دریایی، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر، خرمشهر، ایران

پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۲/۱۴ تأیید نهایی: ۱۴۰۰/۰۹/۲۸

چکیده

سازماندهی سلسله مراتبی و خود متشابه در شبکه‌های زهکشی از موضوعات مهم در ژئومورفولوژی و هیدرولوژی می‌باشد. از این رو در این مقاله با هدف بررسی انشعاب شبکه زهکشی حوضه بشار از مدل توکوناگا و بعد همبستگی فراکتالی استفاده شده است. رودخانه بشار یکی از زیرحوضه‌های کارون بزرگ است که در جنوب غرب کشور قرار دارد. در اولین گام شبکه آبراهه‌های حوضه بشار مطابق با روش توکوناگا به شکل درخت متناظر ترسیم و به کمک تابع همبستگی در نرم‌افزار Fractalys محاسبات فرکتالی دوبعدی پردازش گردید. مدل توکوناگا بر اساس فرض خود متشابه در درخت فرکتالی و ساختار شبکه جانبی خود متشابه توکوناگا ساخته شده است که توسط داده‌های شبکه‌های زهکشی پشتیبانی می‌شود. این مدل با رتبه‌بندی شاخه‌های جانبی و ادغام جریان‌های انشعابات مختلف، ساختار انشعابی سیستم هورتون-استرالر را به تمام رده‌های آبراهه‌ها گسترش می‌دهد. نتایج محاسبات بعد فرکتال، نسبت انشعاب متوسط و مدت زمان اندک برای رسیدن به جریان دائمی را نشان می‌دهد. به طوریکه با افزایش مرتبه، میانگین طولی انشعابات رودخانه و میزان دبی افزایش یافته و پیک هیدروگراف رودخانه نیز به همان نسبت بیشتر خواهد بود؛ در نتیجه قدرت پیشروی رودخانه بیشتر می‌شود. به این ترتیب تعداد انشعابات رودخانه از مرتبه‌های گوناگون، همچنین سطح و طول این انشعابات از رابطه توانی و فرکتالی تبعیت می‌کنند. همچنین نتایج بعد فرکتال همبستگی بیانگر رفتار آشوبناکی نسبتاً بالای حوضه می‌باشد و می‌توان نتیجه گرفت که آشوب به وجود آمده در رتبه‌بندی حوضه هم تأثیر می‌گذارد و کوچک‌ترین تغییر در رده‌های این شبکه زهکشی منجر به تغییرات بزرگ در کل سیستم انشعاب آبراهه‌های حوضه می‌گردد.

واژگان کلیدی: بعد ظرفیت، نظم هندسی، مدل توکوناگا، شبکه زهکشی، حوضه بشار.

مقدمه

رودخانه‌ها محیط‌های نسبتاً ناپایداری هستند که به دلیل پویا بودن و ویژگی‌های ذاتی، به‌وقوع تغییرات در بستر یا در حواشی آن واکنش نسبتاً سریعی نشان می‌دهند. به طوری‌که در گذر زمان و تحت‌تأثیر عوامل مختلفی مانند ویژگی‌های زمین‌شناسی، هیدرولوژیکی و ژئومورفولوژیکی دائماً در حال تغییر و تحول می‌باشند (حسینی و فتاحی، ۱۳۹۷: ۹۷؛ دریکوند و فرهپور، ۱۳۹۹: ۸۹). در این رابطه تجزیه و تحلیل مورفومتریک الگوی جریان‌های شبکه‌های زهکشی در مقیاس‌های زمانی کوتاه‌مدت تا بلندمدت با استفاده از شاخص‌های مورفومتری و داده‌های توپوگرافی، از جمله مباحث کلیدی در مطالعات ژئومورفولوژی رودخانه و شناخت الگوی رودخانه (مورفولوژی) است (یان^۱ و همکاران، ۲۰۱۸: ۱۳۲۳؛ لیاو^۲ و همکاران، ۲۰۱۹: ۵۶۵). بررسی ارتباط بین شبکه‌های زهکشی و فرم‌ها و الگوهای جریان‌های که منجر به پیش‌بینی روند تغییرات الگوی هندسی رودخانه می‌شوند، نیازمند نظارت پیوسته بر ویژگی‌های مختلف رودخانه‌ها و ابزارهای دقیق مطالعاتی می‌باشد. بر این اساس پیش‌پیوسته‌ی ژئوسیستم‌های رودخانه‌ای، ضمن این‌که باعث آگاهی دائمی از ویژگی‌های مختلف آن‌ها می‌شود، منجر به مدیریت پایدار رودخانه‌ها و آشکار شدن روند تغییرات آن‌ها نیز خواهد شد و در نتیجه می‌توان اقدامات موثری در جهت توسعه پایدار، مدیریت و برنامه‌ریزی صحیح و بهره‌برداری از این منابع ارزشمند نمود (کرک^۳ و همکاران، ۲۰۱۵: ۱۴؛ جوشی و کوتلیا^۴، ۲۰۱۸: ۱۲۳؛ دوریتو^۵ و همکاران، ۲۰۲۰). در این میان تحلیل بعد فراکتالی یکی از قدرتمندترین روش‌های تحلیل سیستم‌های غیرخطی جهت بررسی این الگوهای پیچیده می‌باشد که پیچیدگی‌های شکل یک حوضه را منعکس می‌کند و شبکه جریان را به صورت کمی بررسی نموده و سعی دارد با به کارگیری قواعد ساده تغییرات مقیاس به درک تحلیل الگوی توسعه و تکامل جریان طبیعی در رودخانه و شبیه‌سازی رفتار پیچیده سیستم‌ها بپردازد.

فرم شبکه آبراهه‌ها به عنوان یک هویت ژئوسیستمی از بارزترین الگوهای فرکتالی در طبیعت به شمار می‌رود، این الگوها به شکل قابل توجهی ساختارهای درخت‌مانندی را ایجاد می‌کنند که در جهت ایجاد تعادل سیستم‌های رودخانه‌ای، امکان حمل رسوب و رواناب را در سیستم آبریز خروجی حوضه فراهم نموده و رفتارهای فرکتالی را در این فرآیند از خود بروز می‌دهند (سپهر و همکاران، ۱۳۹۵: ۴؛ گلکار^۶ و همکاران، ۲۰۱۳: ۳۵۱؛ برتولونی^۷، ۲۰۱۲: ۴۶۰). در این میان هندسه فرکتال به‌عنوان ابزاری در زمینه ریاضیات جهت مطالعه ژئومورفولوژی رودخانه‌ها رویکردهای جدید را برای اندازه‌گیری‌ها و تحلیل‌های مختلف فراهم می‌کند و اجازه می‌دهد تا مطالعه جامع از پدیده‌ها در مقیاس‌های مختلف صورت گیرد (بازساک^۸ و همکاران، ۲۰۱۳: ۵۸؛ اوتوم^۹ و همکاران، ۲۰۱۹: ۴۰). وقتی شکل‌های فرکتالی شبکه‌های مورفومتریک پیچیده توصیف می‌شوند، درک و آگاهی از مفاهیم اساسی فرکتال همچون بعد فرکتالی، مقیاس مرتبه‌ای، خودمشابهی فرکتالی و مرز فیزیکی توسعه می‌یابد. استفاده از مدل‌های فرکتالی که توانایی بررسی تغییرپذیری متغیرهای پیچیده در بررسی پدیده‌های ژئومورفولوژیکی را دارد، طی سال‌های اخیر به سرعت در علوم مختلف به‌خصوص علوم زمین گسترش یافته است و به عنوان یک گزینه مناسب جهت مدل‌سازی پدیده‌های پیچیده، تغییرات رودخانه‌ها و نیز بررسی فرایندهای فیزیکی درون رودخانه استفاده می‌شود (یانگ و شی^{۱۰}، ۲۰۱۷: ۱۶۸؛ یو^{۱۱} و همکاران، ۲۰۱۸: ۲۰؛ ژو^{۱۲} و همکاران، ۲۰۱۷: ۲۰؛ یانگ^{۱۳} و همکاران،

1. Yan
2. Liao
3. Carke
4. Joshi & Kotlia
5. Durighetto
6. Golekar
7. Bartolini
8. Buzsaki
9. Utomo
10. Yang & Shi
11. Yu
12. Zhou
13. Yang

۲۰۲۰). در این میان بیشتر مطالعات بر روی الگوی زهکشی شبکه‌های آبراهه‌ای متمرکز شده است، همچنین در سال‌های اخیر مطالعاتی در خصوص استفاده از هندسه فراکتالی در شبکه‌های رودخانه‌ای صورت گرفته (مندز^۱ و همکاران، ۲۰۲۰؛ گیل^۲ و همکاران، ۲۰۱۹؛ پارسون و تامس^۳، ۲۰۱۸). از جمله این مطالعات می‌توان به اصغری سراسکانرود و زینالی (۱۳۹۴) اشاره نمود که با بررسی رودخانه گرمی‌چای نشان داد بین بعد فراکتالی و پارامترهای ضریب خمیدگی و زاویه مرکزی ارتباط مستقیمی وجود دارد و بعد فراکتالی می‌تواند به عنوان پارامتر هندسی جدید وارد مدل‌های ریخت شناسی رودخانه‌های پیچان‌رودی گردد. همچنین علمیزاده و همکاران (۱۳۹۷ و ۱۳۹۶) نظریه فرکتال و روش شمارش جعبه‌ای را در شبکه آبراهه‌های رودخانه زرینه‌رود بررسی نمودند و به این نتیجه رسیدند بعد فرکتال بالای رودخانه زرینه‌رود (۱/۹۸) معرف پیک هیدروگراف بالای حوضه و زمان کمتر برای رسیدن به جریان دائمی می‌باشد. به این ترتیب تعداد انشعابات رودخانه از مرتبه‌های گوناگون و همچنین سطح و طول این انشعابات از رابطه فرکتالی پیروی می‌کنند. سلطانی و همکاران (۱۳۹۸) با بررسی مدل ریاضی فراکتال در تغییرات لندفرم‌های ژئومورفولوژیکی رودخانه ارس نتیجه گرفتند، تغییرات الگوی هندسی رودخانه دلیلی بر افزایش پیچیدگی است که باعث تغییر بعد فرکتالی می‌شود و همچنین روابط معناداری بین شاخص‌های ژئومورفولوژیک و شاخص‌های فرکتالی وجود دارد. از دیگر پژوهش‌ها در سطح جهان، زاناردو^۴ و همکاران (۲۰۱۳) با بررسی جریان رودخانه‌های آمریکا با استفاده از پارامترهای توکوناگا به این نتایج دست یافتند که روش توکوناگا درجه انشعاب جانبی آبراهه‌ها را تعیین می‌کند؛ همچنین این مدل وابستگی قابل توجهی به متغیرهای هیدرواقليمی حوضه نشان می‌دهد و می‌توان ارتباط جریان پایین‌دست رده‌ها را با ترسیم حوضه به شکل درختی نشان داد. سوپریکا^۵ (۲۰۱۴)، گوپتا و مس^۶ (۲۰۱۴)، رزو^۷ و همکاران (۲۰۱۴) و فرناندز و سانچز^۸ (۲۰۱۵) با بررسی مفهوم بعد فرکتال در شبکه آبراهه‌ها به این نتیجه رسیدند که فرکتال روش مناسبی برای شناسایی پارامترهای ژئومورفولوژی رودخانه‌ها می‌باشد و می‌توان محاسبات مدل - سازی هیدرولوژیکی را در ارتباط با محاسبات بعد فرکتال به کار برد. توناس^۹ و همکاران (۲۰۱۶) به این نتیجه رسیدند شبکه هیدرولوژی رودخانه دارای ویژگی‌هایی برای پایداری در زمان و مکان‌های مختلف است و نسبت شیب رودخانه، نسبت مساحت حوضه و نسبت طولی رودخانه با بعد فرکتال ارتباط دارند و می‌توان ویژگی شبکه حوضه را با ابعاد فرکتال تحلیل نمود. نتایج تحقیقات ژو^{۱۰} و همکاران (۲۰۱۷) نیز نشان داد ابعاد فرکتال مقطع عرضی رودخانه با افزایش عمق و سرعت جریان رودخانه کاهش می‌یابد. کوچگف و زالیپین^{۱۱} (۲۰۱۸) نتیجه گرفتند که شرط توکوناگا یک قانون جبری است که ساختار انشعاب در یک درخت خود متشابه را ارائه می‌دهد و روش شناسی و نتایج این کار به راحتی قابل اجرا است و سوالات مربوط به قوانین مقیاس بندی در درختان فرکتالی و قانون هورتون را حل کرده و می‌تواند برای دینامیک غیرخطی مورد توجه عمومی قرار گیرد. میکسنر^{۱۲} (۲۰۱۹) نیز با مطالعه فضایی و زمانی فرکتال خود متشابه در رودخانه جنوب آریزونا نتیجه گرفت که توزیع خاک‌های مرطوب و خشک با تغییرات فرکتال و مشخصات طولی کانال رابطه دارد و جریان‌های هیدروژئولوژیکی و ژئومورفیکی رودخانه‌های آبرفتی مناطق خشک می‌توانند منجر به رفتار پیچیده‌ای در طول زمان شوند.

1. Méndez

2. Gale

3. Parsons & thoms

4. Zanardo

5. Sowpamilk

6. Gupta & Mesa

7. Rozo

8. Fernandez & Sanchez

9. Tunas

10. Zhou

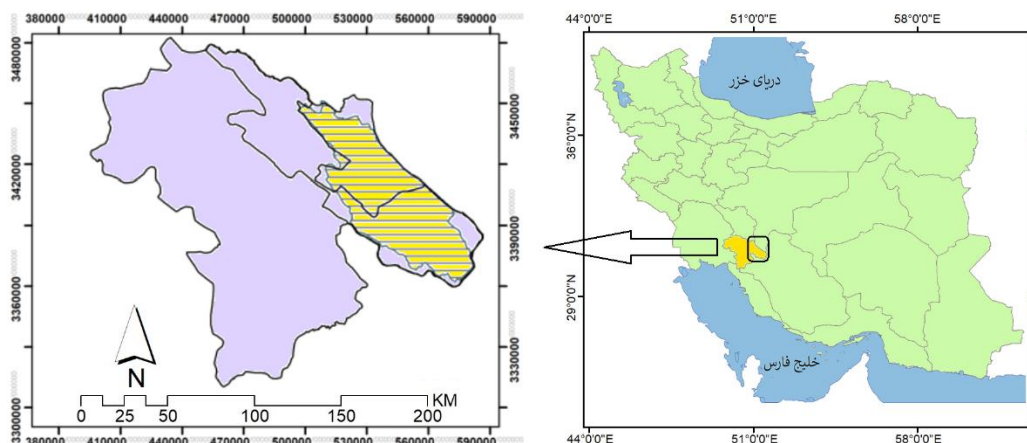
11. Kovchegov & Zaliapin

12. Meixner

در این راستا این پژوهش با هدف بررسی نظم هندسی شبکه آبراهه‌های حوضه آبریز بشار از مدل توکوناگا و بعد فرکتال همبستگی استفاده نموده است.

روش تحقیق

منطقه مورد مطالعه: رودخانه بشار یکی از سرشاخه‌های مهم رودخانه کارون در حوضه آبریز کارون بزرگ واقع در جنوب غربی کشور می‌باشد که با طول حدود ۱۵۰ کیلومتر، از دامنه‌های غربی رشته کوه زاگرس که شاخه‌های اولیه آن واقع در کوه‌های شمال غربی سپیدان استان فارس است، سرچشمه می‌گیرد و طی مسیر جنوب به شمال غربی خود با گذر از مناطق مجاور شهر یاسوج به رودخانه کبکیان می‌پیوندد (شکل ۱). مساحت حوضه بشار ۳۰۹۹ کیلومتر مربع و حداکثر ارتفاع آن ۴۲۸۳ متر و حداقل ارتفاع آن ۱۳۲۰ متر است. متوسط بارندگی حوضه آبریز رودخانه بشار ۸۵۸ میلی‌متر می‌باشد. این حوضه بسیار مرتفع و کوهستانی بوده و در زمستان‌ها مملو از برف و قسمت اعظم آن نیز پوشیده از درختان بومی زاگرس است که عمدتاً در ارتفاعات جنوب غربی و بر روی خط‌الرأس تقسیم حوضه کارون بزرگ و جراحی و نیز شمال و شمال غرب حوضه متمرکز می‌باشند. سایر بخش‌های حوضه را عمدتاً زمین‌های کشاورزی پوشانیده است و علت وجود این شرایط بارندگی مناسب متأثر از ارتفاع منطقه می‌باشد.



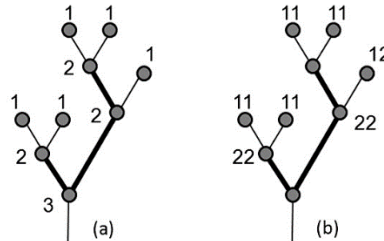
شکل ۱: نقشه محدوده مورد مطالعه (حوضه بشار) در جنوب غرب کشور و شرق استان کهگیلویه و بویراحمد

روش توکوناگا: مدل توکوناگا یک مدل انشعاب است که بر اساس قوانین هورتون - استرالر و شامل مفهوم توپولوژی خود متشابه در ساخت شبکه رودخانه می‌باشد. منشأ این مدل در هیدرولوژی است که یک راه جایگزین برای توصیف مقیاس شبکه از یک درخت خود متشابه را ارائه می‌دهد و میانگین ویژگی‌های توپولوژیکی شبکه رودخانه‌های متوسط تا بزرگ را می‌توان به خوبی با این روش توصیف کرد (کوچگف و زالیپین^۱، ۲۰۱۸؛ زناردو و همکاران، ۲۰۱۳). در این پژوهش مطابق روش توکوناگا حوضه رودخانه بشار را به دو بخش شرقی و غربی تقسیم نموده و در ادامه با استفاده از این روش، شبکه نامنظم و منحنی رودخانه بشار به شکل منظم، هندسی و درختی ترسیم شده و محاسبات بعد فرکتالی و نسبت انشعاب حوضه از معادله نسبت انشعاب هورتون محاسبه گردید. در روش توکوناگا افزایش رتبه در شاخه‌های رودخانه فقط در زمانی حادث می‌شود که دو شاخه رود با رتبه‌ای برابر به یکدیگر بپیوندند (تورکت^۲، ۲۰۰۷؛ کوچگف و همکاران، ۲۰۲۱).

1. Kovchegov & Zaliapin

2. Turcotte

(شکل ۲). بر این اساس تعداد کل آبراهه‌های مرتبه i ام (N_i) برای یک درخت فرکتالی از مرتبه n مطابق رابطه (۱) به دست می‌آید (توکوناگا، ۱۹۸۴؛ چاوان و سرینیواس، ۲۰۱۵):



شکل ۲: مثالی از یک شبکه زهکشی درخت فرکتالی خودمشابه دوتایی با شاخه‌های جانبی (a): سیستم هورتون-استرالر (b): روش توکوناگا

$$N_i = \sum_{j=1}^n N_{ij} \quad \text{رابطه (۱)}$$

در ادامه برای طبقه‌بندی شاخه‌های جانبی، با استفاده از رابطه (۲) کمیت (T_{ij}) که تعداد شاخه‌های جانبی است را به دست می‌آوریم (نیومن^۲ و همکاران، ۱۹۹۷: ۶۰۶). همچنین با استفاده از بعد فرکتالی، رابطه (۳) بین طول و مرتبه شبکه‌های زهکشی برقرار است (تورکت، ۲۰۰۷: ۳۰۷).

$$T_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_j} \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$D = \frac{\ln R_b}{\ln R_r} \quad \text{رابطه (۳)}$$

سپس رابطه‌های پارامترهای توکوناگا (T_k) شامل دو مجهول $(a$ و $c)$ مطابق رابطه (۴) تعیین می‌شود (نیومن و همکاران، ۱۹۹۷: ۶۰۶).

$$T_k = ac^{k-1} \rightarrow T_k = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} T_{i,i+k} \quad \text{رابطه (۴)}$$

برای درک رابطه فوق می‌توان از ماتریس بالا مثلی زیر کمک گرفت:

$$\begin{matrix} T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{23} & T_{24} & \\ T_{34} & & \end{matrix} \quad \text{رابطه (۵)}$$

پس از محاسبه مقادیر (T_k) و قرار دادن پارامترهای توکوناگا در رابطه (۶) نموداری قابل ترسیم است که ضرایب $(a$ و $c)$ از روی آن به دست می‌آید و (R_b) تعیین می‌شود (پکهام^۳، ۱۹۹۵: ۹۵؛ مک کنال و گوپتا^۴، ۲۰۰۸).

$$R_b = \frac{2+c+a+\sqrt{(2+c+a)-8c}}{2} \quad \text{رابطه (۶)}$$

در ادامه، رابطه (۱۰) را برای رسم نمودار لگاریتمی (T_k) برحسب (K) استفاده می‌کنیم:

$$\ln T_k = \ln ac^{k-1} = \ln a + \ln c^{k-1} = \ln a + (k-1) \ln c \quad \text{رابطه (۷)}$$

1. Chavan & Srinivas

2. Newman

3. Peckham

4. Mcconnell & Gupta

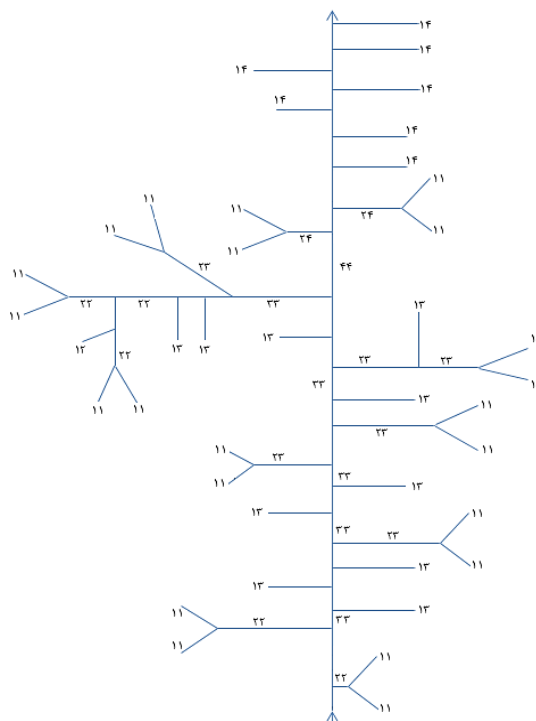
بعد فرکتال ظرفیت^۱: بعد ظرفیت یک مقدار صرفاً هندسی است و بیانگر تعداد حداقل سلول لازم برای پوشش شبکه رودخانه (با این فرض که مسیر رودخانه در راستای یک خط مستقیم است) می‌باشد (علمی‌زاده و ماه پیکر، ۱۳۹۶). جهت بررسی نظم هندسی و فرم شبکه آبراهه‌های حوضه بشار با استفاده از روش بعد فرکتال ظرفیت، نقشه پایه حوضه از روی نقشه‌های توپوگرافی ۱:۵۰۰۰۰ و DEM منطقه مورد مطالعه تهیه شد و بر روی این نقشه‌ها شبکه آبراهه‌ها استخراج و از یکدیگر تفکیک گردید. سپس لایه‌های وکتوری شبکه‌های زهکشی حوضه در محیط نرم‌افزاری Arc GIS 10.5 جهت تحلیل و پردازش رده‌های آبراهه‌ای استخراج گردید و داده‌های ورودی برای محاسبه عدد فرکتالی دوبعدی به کمک تابع بعد فرکتال ظرفیت در نرم‌افزار فرکتالیز^۲ پردازش گردید. بعد ظرفیت، سلول‌هایی که برای پوشش یک حوضه در مسیر مستقیم رودخانه قرار دارند را نشان می‌دهد. در این رابطه با استفاده از معادله تیچی^۳ (۲۰۱۲) محاسبات بعد ظرفیت محاسبه می‌گردد (رابطه ۸) (کوزاک^۴، ۲۰۱۴).

$$D = \frac{\log(N)}{\log(n)} \quad \text{رابطه (۸)}$$

که در آن: (N): تعداد سلول‌های پوشش دهنده الگوی شبکه زهکشی؛ و
(n): تعداد سلول‌های شبکه منظم حوضه می‌باشد.

بحث و یافته‌ها

نتایج توکوناگا: در اولین گام مطابق با روش توکوناگا رتبه‌بندی رودخانه بشار به شکل درخت متناظر ترسیم گردید (شکل ۳).



شکل ۳: درخت متناظر رودخانه بشار با شاخه‌های جانبی و رتبه شاخه‌ها

1. Capacity
2. Fractalys
3. Tichy
4. Kusak

با توجه به (جدول ۱) آبراهه اصلی رودخانه بشار که از شاخه R1 شروع و به دریاچه خرسان ختم می‌شود، دارای مرتبه ۴۴ می‌باشد، در این رابطه سنجش درجه تکامل حوضه آبریز و شبکه رودخانه بشار با معیارهای تراکم، رتبه یا رده و نسبت انشعاب صورت گرفت. در این راستا طول و مرتبه هر شاخه آبراهه را محاسبه نموده و سپس تعداد رتبه‌های رودخانه به تفکیک مرتبه (جدول ۲) و میانگین طولی رتبه‌ها تعیین گردید (جدول ۳). در ادامه پس از تعیین مقادیر میانگین برای نسبت انشعاب آبراهه‌ها (جدول ۴)، نسبت طولی شاخه‌ها نیز محاسبه شد (جدول ۵).

جدول ۱: طول و مرتبه شاخه‌های رودخانه بشار

مرتبه شاخه	مرتبه هورتون استرالر	طول (Km)	نام شاخه	مرتبه شاخه	مرتبه هورتون استرالر	طول (Km)	نام شاخه
۱۱	۱	۹/۱۸	R۴۳	۱۳	۱	۱/۹۵	R۱۴
۱۱	۱	۴/۸۴	R۴۴	۱۳	۱	۳/۴۳	R۵۶
۱۱	۱	۱۳/۹۵	R۴۰	۱۳	۱	۲/۹۶	R۹
۱۱	۱	۵/۷۸	R۳۹	۱۳	۱	۱۴/۸۹	R۲۱
۱۱	۱	۱۵/۳۳	R۳۴	۱۴	۱	۱۰/۶۲	R۵۴
۱۱	۱	۲۳/۳۷	R۳۳	۱۴	۱	۵/۳۷	R۵۲
۱۱	۱	۳/۰۵	R۲۹	۱۴	۱	۱۰/۱۹	R۵۰
۱۱	۱	۶/۵۲	R۲۸	۱۴	۱	۳/۵۷	R۵۱
۱۱	۱	۱۸/۲۴	R۱۵	۱۴	۱	۱/۶۰	R۵۳
۱۱	۱	۳/۰۳	R۱۶	۱۴	۱	۶/۵۶	R۵۵
۱۱	۱	۲/۳۰	R۵	۱۴	۱	۳/۴۳	R۵۷
۱۱	۱	۱۰/۲۳	R۴	۲۲	۲	۸/۳۶	R۴۵
۱۱	۱	۳/۰۸	R۱	۲۲	۲	۵/۹۳	R۳۵
۱۱	۱	۳/۸۲	R۲	۲۲	۲	۲۴/۸۵	R۲۲
۱۱	۱	۵/۶۰	R۱۰	۲۲	۲	۲/۹۰	R۶
۱۱	۱	۱۰/۰۸	R۱۱	۲۲	۲	۳/۳۹	R۲۲
۱۱	۱	۸/۲۰	R۱۹	۲۳	۲	۶/۰۱	R۴۱
۱۱	۱	۵/۵۵	R۱۸	۲۳	۲	۳/۰۹	R۲۲
۱۱	۱	۳/۳۹	R۲۴	۲۳	۲	۳/۸۵	R۴۳
۱۱	۱	۱۲/۷۹	R۲۳	۲۳	۲	۳/۷۶	R۱۷
۱۱	۱	۳/۰۷	R۴۷	۲۳	۲	۲/۰۲	R۱۲
۱۱	۱	۷/۹۲	R۴۸	۲۳	۲	۹/۸۲	R۲۰
۱۲	۱	۳/۳۵	R۳۸	۲۴	۲	۷/۰۷	R۲۶
۱۲	۱	۳/۸۸	R۳۱	۲۴	۲	۶/۴۱	R۴۹
۱۲	۱	۳/۱۳	R۲۵	۳۳	۳	۶/۲۵	R۳۶
۱۳	۱	۴/۸۵	R۳۷	۳۳	۳	۱۱/۸۰	R۲۰
۱۳	۱	۱۱/۹۷	R۲۷	۳۳	۳	۳/۹۷	R۴۲
۱۳	۱	۵/۳۲	R۱۳	۳۳	۳	۱۰/۲۲	R۵۸
۱۳	۱	۱۰/۰۵	R۸	۴۴	۴	۱۰/۹۷	R۵۹
۱۳	۱	۱۰/۳۰	R۷				

در این راستا مطابق با رابطه (۱) برای تفکیک شاخه‌های آبراهه‌های حوضه به مرتبه توکوناگا و سیستم هورتون - استرالر و پردازش تعداد آبراهه‌ها در (جدول ۲ و ۳) محاسبه گردیده است. به دلیل اینکه نسبت انشعاب حوضه برای بیان میزان توسعه آبراهه‌ها با رتبه‌های مختلف، نسبت به یکدیگر به کار برده می‌شود، می‌تواند شاخص مناسبی برای مشخص کردن تأثیر انشعابات شبکه رودخانه بر هیدروگراف سیل یا به طور کلی رفتار هیدرولوژیکی حوضه باشد و در واقع یکی از عوامل مؤثر در شکل هیدروگراف به شمار می‌آید (جدول ۴). در ادامه، مطابق سیستم هورتون، نسبت طول آبراهه‌ها را با نسبت میانگین طول آبراهه در رتبه‌های مورد نظر محاسبه و آنرا نسبت به میانگین طول آبراهه رتبه کمتر بعدی تعریف شده است (جدول ۵) و همان‌طور که مشاهده می‌شود؛ با افزایش مرتبه، میانگین طولی انشعابات رود نیز افزایش می‌یابد؛ زیرا همانگونه که شاخه‌ها به هم پیوند می‌خورند، میزان دبی افزایش یافته و قدرت پیشروی رود بیشتر می‌شود.

جدول ۲: تعداد شاخه‌ها به تفکیک مرتبه با استفاده از (رابطه ۱)

پارامتر	مرتبه اول (N1)	مرتبه دوم (N2)	مرتبه سوم (N3)	مرتبه چهارم (N4)
تعداد شاخه‌ها (Ni)	۴۱	۱۳	۴	۱

جدول ۳: میانگین طولی شاخه‌ها با استفاده از روش توکوناگا

پارامتر	R1	R2	R3	R4
میانگین طول (ri)	۷/۲۳	۶/۷۳	۸/۰۶	۱۰/۹۷

جدول ۴: نسبت انشعاب با استفاده از روش هورتون

پارامتر	N1/N2	N2/N3	N3/N4	میانگین
نسبت انشعاب (Rb)	۳	۲/۶	۵	۳/۰۴

جدول ۵: نسبت طولی مرتبه رودخانه بشار در رتبه‌بندی توکوناگا

پارامتر	R2/r1	R3/r2	R4/r3	میانگین
نسبت طولی مرتبه (Rr)	۰/۹۳	۱/۲۰	۱/۳۶	۱/۱۶

شبکه رودخانه‌ها در سطح حوضه آبریز، عمل تخلیه رواناب را برعهده دارند و هرچه شبکه رودخانه‌های یک حوضه تکامل یافته‌تر باشند؛ تخلیه رواناب از آن حوضه بهتر و ساده‌تر انجام می‌شود. با توجه به طول شاخه‌ها، بعد درختان فرکتالی مطابق (رابطه ۳) برای حوضه بشار (۱/۲۶) محاسبه گردید. بعد فرکتال محاسبه شده معرف نسبت انشعاب متوسط و مدت زمان اندک برای رسیدن به جریان دائمی است:

$$D = \frac{\ln R_b}{\ln R_r} = \frac{\ln(1/2612)}{\ln(1/0033)} = 1/26$$

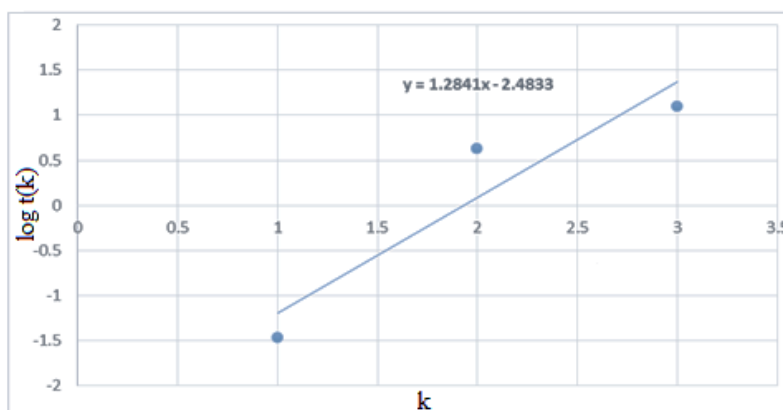
در ادامه پارامترهای توکوناگا را در رابطه (۶) قرار داده و مقدار R_b را تعیین می‌کنیم:

$$R_b = \frac{2 + c + a + \sqrt{(2 + c + a)^2 - 8c}}{2} = 4/36$$

سپس مطابق روش توکوناگا به تعیین بعد فرکتال می‌پردازیم. مطابق این روش، هنگامی که درخت فرکتالی شبکه زهکشی دارای شاخه‌های جانبی باشد، بعد فرکتالی آبراهه‌ها با استفاده از ارتباط بین شاخه‌های مرتبه (j) و شاخه‌های مرتبه (i) که یک ماتریس بالا مثلثی را تشکیل داده است، محاسبه می‌شود. در این رابطه ابتدا مطابق (رابطه ۳ تا ۶) ماتریسی را تشکیل می‌دهیم که به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{array}{ccc} 0/23 & 2/25 & 7 \\ & 1/5 & 2 \\ & & 0 \end{array}$$

حال مطابق ماتریس فوق مقادیر T_k را تعیین می‌کنیم. با توجه به اینکه شاخه اصلی آبراهه دارای مرتبه چهارم می‌باشد، پس $0 < k < 4$ است. بدین ترتیب مقادیر $T_1 = 0.23$ ، $T_2 = 1.87$ و $T_3 = 3$ به دست می‌آیند. در نمودار (شکل ۴) مقدار شاخص $\log T_k$ برحسب پارامتر k به صورت خطی تبدیل شده است. با رسم نقاط و برازش خط بر روی نقاط، بهترین مقادیر c و a به دست می‌آیند. سپس پارامترهای توکوناگا را در (رابطه ۶) قرار داده و مقدار پارامتر R_b برابر $4/36$ تعیین گردید. در ادامه بعد فرکتال رودخانه بشار مطابق روش توکوناگا و با استفاده از داده‌های به دست آمده جداول ۱ تا ۵ و رابطه (۶) برابر $D=2/62$ محاسبه گردید.



شکل ۴: وابستگی T_k به k با مقادیر ثابت $a = 0.08$ و $c = 3.5$

نتایج بعد فرکتال ظرفیت: بعد فرکتال ظرفیت، سلول‌هایی که برای پوشش یک حوضه آبریز در مسیر مستقیم رودخانه قرار دارند را نشان می‌دهد (کاساک، ۲۰۱۴، ۱۰۵). مطابق با روش بعد ظرفیت (رابطه ۸)، مقادیر بعد فرکتال ظرفیت حوضه آبریز بشار (۱/۵۵) محاسبه شده است (جدول ۶). این بعد ظرفیت یک مقدار هندسی است و بیانگر تعداد حداقل سلول لازم برای پوشش شبکه رودخانه می‌باشد؛ یعنی با این فرض که مسیر رودخانه در راستای یک خط مستقیم جریان دارد. در واقع ویژگی عمده روش بعد ظرفیت این است که تعداد دقیق سلول‌های پوشش داده‌شده را لحاظ می‌کند؛ اما تعداد دفعاتی که دینامیک سیستم، نواحی مختلف فضای فاز ملاقات می‌کند را در نظر نمی‌گیرد و به عبارت دیگر به اندازه‌گیری جاذب در آن سیستم نمی‌پردازد.

مقادیر بالای بعد فرکتالی در حوضه مورد مطالعه، فرآیندهای فرسایشی روی تکامل الگوی زهکشی مورد مطالعه را نشان می‌دهد و حاکی از غلبه فرسایش بر شکل‌گیری الگوی رودخانه دارد که این ارتباط در پژوهش‌های مشابه نیز تأیید و اثبات شده است؛ این بدان معنی است که ابعاد فراکتالی مشخصه فرسایش‌پذیری و تکنونیک رودخانه‌ها را نشان می‌دهند. با

بررسی نتایج به‌دست‌آمده توسط دیگر محققین، تورکت (۱۹۸۹)، تنژو^۱ (۱۹۹۲)، فیلیپس^۲ (۱۹۹۳)، ویلترا^۳ (۱۹۹۶) و مونتگومری^۴ (۱۹۹۶)، یانگ و شی (۲۰۱۷) و وانگ و همکاران (۲۰۱۷) مقادیر بالای بعد فرکتال برای سیستم‌های زهکشی واقع در نواحی کوهستانی مانند حوضه مورد مطالعه به دست می‌آید، درحالی‌که نواحی زهکشی که در سطوح پست قرار دارند، ابعاد فراکتالی کم دارند. در نتیجه نواحی با تراکم زهکش بالا، بعد فراکتالی بالا دارند که یک منشأ و تکامل آشوبناک و غیرخطی را نشان می‌دهد، درحالی‌که مقادیر کمتر D ، بین ۱ و ۱/۱ مطابق با نتیجه ویلترا (۱۹۹۶) و مونتگومری (۱۹۹۶)، می‌تواند وجود فرآیندهای کنترلی روی تکامل حوضه مورد مطالعه را نشان دهد. این یافته‌ها با نتایج مقادیر حاصل از بعد فرکتالی در محدوده مورد مطالعه مطابقت دارد.

جدول ۶: مقدار به‌دست‌آمده کل حوضه آبریز بشار مطابق با روش بعد ظرفیت

S	N	Log(n)	N	Log(N)	D
۲	۶۹	۱/۸۳	۹۱۵۹	۳/۹۷	۲/۱۷
۴	۳۴	۱/۵۳	۴۴۴۸	۳/۶۵	۲/۳۹
۸	۱۷	۱/۲۳	۱۸۳۸	۳/۲۷	۲/۶۶
۱۶	۸	۰/۹۰	۵۸۶	۲/۷۷	۳/۰۸
۳۲	۴	۰/۶۰	۱۷۰	۲/۲۳	۳/۷۲
۶۴	۲	۰/۳۰	۵۳	۱/۷۳	۵/۷۷
۱۲۸	۱	۰	۱۷	۱/۲۳	۰
۲۵۶	۰/۵۲	-۰/۲۸	۷	۰/۸۵	-۳/۰۳
۵۱۲	۰/۲۸	-۰/۵۵	۳	۰/۴۸	-۰/۸۷
۱۰۲۴	۰/۱۴	-۰/۸۵	۲	۰/۳۰	-۰/۳۵
					Ave: ۱/۵۵

نتیجه‌گیری

در این نوشتار جهت تحلیل نظم هندسی شبکه زهکشی رودخانه بشار و همچنین پیش‌بینی الگوی رفتار آبراهه‌های آن، از روش توکوناگا و بعد ظرفیت استفاده شده و اشکال الگوی منظم و فرکتالی در این سیستم آبراهه‌ای بررسی شده است. با توجه به نتایج پژوهش از هندسه فرکتال می‌توان جهت بررسی مسیر و تغییرات طول انشعابات رودخانه‌ها و نیز حوضه آنها که در ظاهر دارای هیچ نظم و قاعده خاصی نمی‌باشد، در گذر زمان بهره جست. بنابراین با استفاده از روابطی در قالب هندسه درختان فرکتالی می‌توان شبکه آبراهه‌ها را منظم و براساس روال و منطق خاصی تعریف نمود و به پیش‌بینی مسائل مربوط به هندسه رودخانه و همچنین فرآیندهای فیزیکی درون رودخانه پرداخت. بعد فرکتالی بالای رودخانه بشار در هر دو روش مورد بررسی (روش توکوناگا و بعد ظرفیت)، می‌تواند به منشأ و تکامل رودخانه مربوط باشد. مقادیر بالای بعد فرکتالی در حوضه مورد مطالعه، فرآیندهای فرسایشی روی تکامل الگوی زهکشی مورد مطالعه را نشان می‌دهد و حاکی از غلبه فرسایش بر شکل‌گیری الگوی رودخانه دارد. در نتیجه نواحی با تراکم زهکش بالا، بعد فرکتالی بالا دارند که یک منشأ و تکامل آشوبناک و غیرخطی را نشان می‌دهد، این یافته‌ها با نتایج مقادیر حاصل از بعد فرکتالی در محدوده مورد مطالعه مطابقت دارد. همچنین با توجه به بیشتر بودن ضریب همبستگی و تعیین رده و تعداد و طول آبراهه‌ها در نیمه راست، روند

1. Tanzhou

2. Phillips

3. Voltaire

4. Montgomery

تکامل مورفولوژیکی آبراهه‌های بخش شرقی تندتر از بخش غربی است. زیاد بودن میزان تراکم زهکشی در بخش شرقی به دلیل بالا بودن تعداد آبراهه، نشان‌دهنده‌ی شدت هرزآب و سیلاب‌های تند در زمان‌های کوتاه که بعد از بارندگی ظاهر می‌شود و در نتیجه پدیده فرسایش در این قسمت‌های حوضه است که خود متأثر از اقلیم و لیتولوژی حوضه می‌باشد. رودخانه بشار در طول زمان بارها تغییر مسیر داده و از حالت تعادل و نظم خارج شده، وجود لایه‌های ماسه‌ای ریزدانه بادی و فاقد چسبندگی و فرسایش‌پذیر و همچنین اراضی متروکی که در اثر این پدیده به وجود آمده‌اند و هم‌اکنون توسط اهالی به زیر کشت رفته‌اند، مؤید این مطلب می‌باشند. بنابراین ارتباط معناداری بین پارامترهای بعد فرکتال و خصوصیات هیدرومتری و مورفومتری در ژئوسیستم‌های رودخانه‌ای حوضه مطالعاتی وجود دارد. از دیدگاه ترمودینامیک، این نتایج اثبات‌کننده ابعاد فرکتالی بزرگ در حوضه‌های جوان با سطوح انرژی بالاتر و بی‌نظمی بیشتر هستند.

سپاسگزاری:

«این مقاله مستخرج از نتایج طرح تحقیقاتی اجرا شده با شماره قرارداد ۱۶۰ از محل اعتبارات ویژه پژوهشی دانشگاه می‌باشد.»

منابع

- اصغری سراسکانرود، صیاد، زینالی بتول، ۱۳۹۴. بررسی الگوی پیچان رودی رودخانه گرمی‌چای استان آذربایجان شرقی با استفاده از روش‌های ژئومورفولوژی و تحلیل فراکتال. فصل‌نامه تحقیقات جغرافیایی، ۳۰ (۴): ۶۴-۷۹.
- حسینی، علی، فتاحی، محمد هادی، ۱۴۰۰. بررسی مقایسه‌ی شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (با پارامترهای چند فراکتالی الگوی تکامل پیچان رودها با استفاده از روابط رگرسیونی (مطالعه موردی: رودخانه قره‌آغاج در استان فارس). پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، ۹ (۴): ۹۶-۱۱۱.
- دریکوند، سمیه، فرهپور، محمد مهدی، ۱۳۹۹. ارزیابی تکنیک فعال نسبی حوضه خرم رود با استفاده از شاخص‌های مورفومتری و تحلیل الگوی فرکتالی (لرستان، شمال غرب کمربند زاگرس). پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، ۹ (۳): ۸۸-۱۰۷.
- سپهر، ع، خسروی، ع، عبدالله زاده، ز. ۱۳۹۵. رفتار فرکتالی و ارتباط آن با خصوصیات هیدرومورفومتری حوضه‌های آبریز دامنه‌ی شمالی. هیدروژئومورفولوژی، شماره ۹، صص ۲۰-۱.
- سلطانی، شکور، قهرودی تالی، منیژه، صدوق، سیدحسن، ۱۳۹۸. کاربرد سنجش از دور و مدل ریاضی فراکتال در بررسی رفتار و تغییرات لندفرم‌های ژئومورفولوژیکی رودخانه ارس. پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، ۷ (۴): ۷۳-۹۲.
- علمیزاده، هیوا، ماه پیکر، امید و سعادت‌مند، مریم، ۱۳۹۷. بررسی نظریه‌ی فرکتال در ژئومورفولوژی رودخانه‌ای: مطالعه‌ی موردی زرینه‌رود. پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، ۳ (۲): ۱۳۰-۱۴۱.
- علمیزاده هیوا، ماه پیکر امید، ۱۳۹۶. بررسی نظریه فرکتال در رودخانه زرینه‌رود با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای. فضای جغرافیایی، ۱۷ (۵۹): ۲۷۰-۲۵۵.
- Anwar, N., Tunas, I., Lasminto, U., 2019. A synthetic unit hydrograph model based on fractal characteristics of watersheds, *International Journal of River Basin Management*, 17:4, 465-477.
- Bartolini, C., 2012. Is the morphogenetic role of tectonic overemphasized at times? *Boll. Geof. Teor. Appl.* 53(4), pp.459-470.
- Buzsaki, G., Logothetis, N., Singer, W., 2013. Scaling brain size, keeping time: evolutionary preservation of brain rhythms. *Neuron*, (2013), 80:751-64.
- Carke, J., Aher, P. D., Adinarayana, A., Gorantivar, J., 2015. Prioritization of Watersheds Using Multicriteria Evaluation Through Fuzzy Analytical Hierarchy Process. *Agricultural Engineering Int: CIGR Journal*, 15(1). pp. 11-18.
- Chavan, S. R., & Srinivas, V. V. (2015). Effect of DEM source on equivalent Horton–Strahler ratio based GIUH for catchments in two Indian river basins. *Journal of Hydrology*, 528, 463–489.

- Durighetto, N., Vingiani, F., Bertassello, L. E., Camporese, M., & Botter, G. (2020). Intra-seasonal Drainage Network Dynamics in a Headwater Catchment of the Italian Alps. *Water Resources Research*, 56(4).doi:10.1029/2019wr025563.
- Elmizadeh, H., MahPeykar, O., Saadatmand, M., (2015). Investigation of Fractal Theory in River Geomorphology: A Case Study of Zarrineh River. *Quantitative Geomorphological Research*, 3(2), 130-141.
- Fernandez-Martínez, M., Sanchez-Granero, M. A. 2015. How to calculate the Hausdorff dimension using fractal structures, *Applied Mathematics and Computation*, 264: 116–131.
- Gale, S. J., Ibrahim, Z. Z., Lal, J., & Sicinilawa, U. B. T. (2019). Downstream fining in a megaclast-dominated fluvial system: The Sabeto River of western Viti Levu, Fiji. *Geomorphology*, 330, 151–162. doi:10.1016/j.geomorph.2019.01.009.
- Golekar, R.B., Baride, M.V., Patil S.N., 2013. Morphometric analysis and hydrogeological implication: Anjaniand Jhiri river basin Maharashtra, India, *Arch Appl Sci Res*, 5(2): 33-41.
- Gupta, V. K., and Mesa, O. J., 2014. Horton laws for hydraulic–geometric variables and their scaling exponents in self-similar Tokunaga river networks, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 21: 1007-1025.
- Horton, R.E., 1945. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrographical approach to quantitative morphology. In: Christofolletti, A. (Ed.), *Geomorfologi'a Fluvial. O Canal Fluvial*, vol. 1. Ed. Blucher, Sao Paulo, Brazil, pp. 312 – 32.
- Joshi, L. M., & Kotlia, B. S. (2018). Tectonic footprints and landscape evaluation along Kukur River valley, Kumaun Lesser Himalaya, India. *Journal of Asian Earth Sciences*, 162, 121–136. doi:10.1016/j.jseaes.2018.04.023.
- Karam, A., Saberi, M., (2014). Calculation of fractal dimension in drainage basins and its relationship with some geomorphological characteristics of the basin (Case study: North Tehran catchments), *Quantitative Geomorphological Research*, 4(3), 153-167.
- Khosravi, A., Sepehr, A., Abdollahzadeh, Z. (2017). Fractal Behavior and Its Relationship with Hydromorphometric Characteristics over Catchments of Binaloud Northern Hillslopes. *Hydrogeomorphology*, 3(9), 1-20.
- Kovchegov, Y., and Zaliapin, I., (2018). Tokunaga self-similarity arises naturally from time invariance, *Chaos: An Interdisciplinary, Journal of Nonlinear Science* .Volume 28, Issue 4. 10.1063/1.5029937.
- Kovchegov, Y., and Zaliapin, I., Foufoula-Georgiou, E. (2021). Critical Tokunaga model for river networks, *Physical Review Journals*. E 105, 014301. Utomo, K. S., Sutopo, Y., & Adi, M. H. (2019). Drainage Network System of Sekaran Village, Gunungpati District, Semarang City. *Jurnal Teknik Sipil Dan Perencanaan*, 21(1), 39–45. doi:10.15294/jtsp.v21i1.18301.
- Liao, Z., Gu, X., Xie, J., Wang, X., & Chen, J. (2019). An integrated assessment of drainage system reconstruction based on a drainage network model. *Environmental Science and Pollution Research*, 26(26), 563–576. doi:10.1007/s11356-019-05280-1.
- McConnell, M. and Gupta, M. (2008). A proof of the Horton law of stream numbers for the Tokunaga model of river networks, *World Scientific Publishing Company*, Vol. 16, No. 3, 227–233.
- Meixner, T., Williams, Z.C., Pelletier, J.D., 2019. Self-affine fractal spatial and temporal variability of the San Pedro River, southern Arizona, *American Geophysical Union. Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 124, (6), p. 1540-1558.
- Méndez-Quintas, E., Santonja, M., Pérez-González, A., Arnold, L. J., Demuro, M., & Duval, M. (2020). A multidisciplinary overview of the lower Miño River terrace system

- (NW Iberian Peninsula): A response to comments by Viveen et al. *Quaternary International*, 565, 129–135. doi:10.1016/j.quaint.2020.09.037.
- Newman, W.I., Turcotte, D.L., Gabrielov, A.M., 1997. Fractal Trees with Side Veltri, M., Veltri, P., Maiolo, M., (1996), "On the fractal description of natural channel networks, *Journal of Hydrology*, 187: 137-144.
 - Parsons, M., & Thoms, M. C. (2018). From academic to applied: Operationalising resilience in river systems. *Geomorphology*, 305, 242–251. doi:10.1016/j.geomorph.2017.08.040.
 - Peckham, S.D., 1995. New Results for Self-Similar Trees with Applications to River Networks, *Water Resources Research*.31, 1023.
 - Rahmati, O., Tahmasebipour, N., Pourghasemi, H. (2015). Sub-watershed flooding prioritization using morphometric and correlation analysis (Case study: Golestan Watershed). *Iranian journal of Ecohydrology*, 2(2), 151-161. doi: 10.22059/ije.2015.56241.
 - Rahmizadegan, M., Merrikhpour, M. (2016). Determination of Basin's Physiographic Characteristics Derived from the ASTER Digital Elevation Model (Case Study: The KabudRahang Plain, Hamedan, IRAN). *Water Resources Engineering*, 9(29), 103-124.
 - Rezaei, H., Jabbari Gharabagh, S. (2017). Noise Reduction Effect on Chaotic Analysis of Nazluchay River Flow. *Water and Soil Science*, 27(3), 239-250.
 - Roza, G. A., Nogueira, C., Soto, C., 2014. Remote sensing-based analysis of the planform changes in the Upper Amazon River over; *Journal of Arid Environments*, period 19, pp425-439.
 - Soltani, S., ghohroudi tali, M., sadoogh, S. (2019). Application of remote sensing and fractal mathematical model in studying the behavior and variations of geomorphologic landforms of Aras river. *Quantitative Geomorphological Research*, 7(4), 73-92.
 - Sowpamilk, m., 2014. jaira, implication of fractal dimension on properties of rivers and river basins, Volume 5, issue12, December (2014), pp. 155-164.
 - Tokunaga, E., 1984. Ordering of divide segments and law of divide segment numbers. *geomorphology*. 5, 71–78.
 - Tunas, I., Anwar, N., Lasminto, U., 2016. Fractal Characteristic Analysis of Watershed as Variable of Synthetic Unit Hydrograph Model, *The Open Civil Engineering Journal*, 10(1):706-718 • October 2016 with 168 Reads.
 - Turcotte, D. L., 2007. "Fractal and chaos in geology and geophysics", Cambridge University Press, Cambridge, pp.1- 398.
 - Yamani, M., Alaei Taleghani., M, Shahbazi, Sabrieh. (2012). Morphotectonic and its impact on the changes in bed and pattern. *Journal of Geography and Regional Development*, 9(2).
 - Yan, Y., Tang, J., & Pilesjö, P. (2018). A combined algorithm for automated drainage network extraction from digital elevation models. *Hydrological Processes*, 32(10), 1322–1333. doi:10.1002/hyp.11479.
 - Yang, H., and Shi, C.h., 2017. The Fractal Characteristics of Drainage Networks and Erosion Evolution Stages of Ten Kongduis in the Upper Reaches of the Yellow River, China Source: *Journal of Resources and Ecology*, 8(2):165-173.
 - Yang, H., Yang, X., Huang, W., Li, A., Hu, Z., Huang, X., & Yang, H. (2020). ¹⁰Be and OSL dating of Pleistocene fluvial terraces along the Hongshuibai River: Constraints on tectonic and climatic drivers for fluvial downcutting across the NE Tibetan Plateau margin, China. *Geomorphology*, 348, 106884. doi:10.1016/j.geomorph.2019.106884.

- Yu, F., Serena C., Kyungrock, P., Gavan, M.G., Suresh, P., Rao, C., Montanari, A., Jawitz, J.W., 2018. *Globally Universal Fractal Pattern of Human Settlements in River Networks*. American Geophysical Union. pp:1-20.
- Wang, Z., Zhou, F., Cao, H., 2017. *The Fractal Characteristics of the River Network Based on Horton Law in the Landslides Area*. International Conference on Civil Engineering and Rock Engineering. Pp:680-684.
- Zakir Mushfeq, M., Anis Hosseini, Massoud. (2013). *Analysis and Prediction of the Kashkan River Flow using Chaos Theory*. Journal of Hydraulics, 8(3), 45-61.
- Zanardo, S., I. Zaliapin, and E. Foufoula-Georgiou (2013), *Are American rivers Tokunaga self-similar? New results on fluvial network topology and its climatic dependence*, Journal of Geophysical Research Atmospheres 118 (1):166-183.
- Zhou, Z., Zhihui, N., Lichun, W., Liang, Z., 2017. *Fractal research of transverse sections of a long river channel below a dam*, Environment Earth Science, 76:553, pp: 11