پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمّی، سال سوم، شماره ۲، پاییز ۱۳۹۳
صص. ۱۴۱-۱۳۰

بررسی نظریه‌ی فرکتال در ژئومورفولوژی رودخانه‌ای: مطالعه‌ی موردی زرینه‌رود

هیوا علمی زاده* ـ استادیار گروه محیط‌زیست، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر
امید ماه پیکر- کارشناسی ارشد فیزیک دریا، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر
مریم سعادتمند- دانشجوی کارشناسی ارشد محیط‌زیست، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر

پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۲۶ تأیید نهایی: ۱۳۹۳/۳/۲۵

چکیده

هندسه فرکتال، که عنوان زبان ریاضی طبیعت بر آن نهاده شده است، می‌تواند به عنوان ابزار کمی مناسب جهت بررسی ژئومورفولوژی رودخانه‌ها و مدل‌سازی بسیاری از پدیده‌های پیچیده طبیعی به کار گرفته شود. مهم‌ترین ویژگی فرکتالی که در مورد این پدیده‌ها تحلیل می‌شود، بعد فرکتال است که اهمیت زیادی در شناخت رفتار و پیش‌بینی تغییرات مسیر رودخانه دارد. این مقاله باهدف تعیین بعد فرکتال و تحلیل آن با استفاده از تئوری هندسه فرکتال و روش شاخه‌بندی هورتون- استرالر و توکوناگا، به مطالعه ویژگی‌های رودخانه زرینه‌رود می‌پردازد. بر این اساس، رودخانه زرینه‌رود و تمامی شاخه‌های فرعی آن مرتبه بندی شده و به کمک طول شاخه‌ها، بعد فرکتالی محاسبه شد. نتایج نشان داد که شاخه اصلی این رودخانه دارای مرتبه چهارم بوده و همچنین بعد فرکتالی آن مقداری برابر با ۱/۹۸ دارد. بعد فرکتالی بالای رودخانه معرف تراکم زهکشی بیشتر و زمان کمتر برای رسیدن به جریان دائمی است. به این ترتیب تعداد انشعابات رودخانه از مرتبه‌های گوناگون، همچنین سطح و طول این انشعابات از رابطه فرکتالی پیروی می‌کنند. بعد فرکتالی می‌تواند شاخص مناسبی برای بیان تغییرات رودخانه باشد و به عنوان پارامتر هندسی جدید وارد مدل‌های ریخت‌شناسی رودخانه‌ها گردد. از این روابط می‌توان جهت بررسی تغییرات انشعابات رودخانه‌ها و نیز حوضه‌ی آن‌ها در گذر زمان بهره جست. بنابراین با کمک بعد فرکتال می‌توان به پیش‌بینی مسائل مربوط هندسه رودخانه و همچنین فرآیندهای فیزیکی درون رودخانه پرداخت.

واژگان کلیدی: ژئومورفولوژی رودخانه، فرکتال، بعد فرکتال، آشوب، زرینه‌رود

* نویسنده مسئول: ۰۹۱۲۸۱۲۶۵۹۶ E-mail: Elmizadeh@kmsu.ac.ir

مقدمه

رودخانه‌ها از مهم‌ترین مناظر ژئومورفولوژیکی هستند که به ندرت در حالت پایدار بوده و تحت تأثیر عوامل و متغیرهای مختلف همواره از نظر ابعاد، شکل، راستا و الگو در حال تغییر هستند؛ معمولاً، تحلیل مورفولوژی و پیچ‌وخم‌های رودخانه‌ها با بررسی خواص الگویی مانند نظم داشتن یا نداشتن پیچ‌وخم‌ها، درجه تناوبی و ترکیب فضایی آن‌ها همراه است و در قالب پارامترهایی مانند شعاع انحنا و طول موج که در نظم هندسی ساده کاربرد دارند، توصیف می‌شوند. در این میان هندسه فرکتال که مشخصه شکل‌های نامنظم را شامل می‌شود و از ساختارهای هندسه نا اقلیدسی تبعیت می‌کند، اجازه می‌دهد تا بینشی عمیق نسبت به اشکال پیدا نمود. استفاده از مدل‌های فرکتالی و در نظر گرفتن ویژگی‌های نا اقلیدسی در بررسی و توصیف پدیده‌های ژئومورفولوژیکی و بیان خصوصیات هندسی رودخانه‌ها طی ۱۵-۲۰ سال اخیر به طور چشمگیری افزایش‌یافته است. مطالعات نشان می‌دهد که تحلیل مورفومتریک کلاسیک، ویژگی‌های طبیعی پیچیده همچون شبکه‌های زهکشی رودخانه‌ها و کانال‌های جزر و مدی را به طور ضعیف توصیف می‌کند، زیرا تحلیل‌ها معمولاً روابط معدودی برای شبکه زهکشی واقعی دارند(آنجلس[1] و همکاران، ۲۰۰۴، ۲۶۴).

واژه‌ی فرکتال توسط مندلبورت (۱۹۶۷) برای توصیف اشیاء هندسی پیچیده که درجه بالایی از خود تشابهی دارند ابداع شد. یک فرکتال، شکل هندسی چند پاره یا ناهموار است که می‌تواند به بخش‌هایی تقسیم شود که هرکدام از آن‌ها (حداقل به طور تقریبی) یک کپی تعدیل یافته از لحاظ اندازه، از کل شکل می‌باشد. هندسه فرکتالی به توصیف اشیایی می‌پردازد که خود متشابه یا متقارن هستند، این بدان معنا است که وقتی این اشیاء بزرگنمایی شوند به نظر می‌رسد که بین اجزای آن‌ها تشابه دقیقی برقرار است و این شباهت جزءبه‌جزء تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد. این اشیا ساختاری خود مشابه در یک امتداد؛ اما در بازه مقیاس محدودی را نشان می‌دهند. صرف‌نظر از اینکه با چه دقتی یک شی فرکتالی را بررسی کنیم، این کار دارای پیچیدگی‌هایی خواهد بود و درجه نوسان آن بدون تغییر باقی خواهد ماند. اشکال فرکتالی در تمام مقیاس‌ها متغیر هستند و مقیاس افقی خاصی را به دست نمی‌دهند. یک فرکتال به عنوان یک شکل هندسی، به‌طورکلی خصوصیات زیر را دارا می‌باشد:

۱- دارای خاصیت خود همانندی باشد.

۲- در مقیاس خرد بسیار پیچیده باشد.

۳- بعد آن یک عدد صحیح نباشد(مثلاً ۱/۵). زیرا الگوهای فرکتالی تحت دامنه محدودی از مقیاس‌ها گسترش می‌یابند(باس[2]، ۲۰۰۲، ۳۱۱).

در نگاه اول، مورفومتری رودخانه فوق‌العاده پیچیده به نظر می‌رسد؛ زیرا مشخص است که دو عارضه دقیقاً مشابه نمی‌باشند و از نظر بعضی جزییات با یکدیگر تفاوت دارند. این اشکال منحصربه‌فرد از ترکیب اجزایی نتیجه شده‌اند که امکان شناخت آن‌ها را میسر می‌سازد. اما به خاطر اینکه در هر یک از اشکال پیچیده، اجزا اصلی تشکیل‌دهنده آن‌ها اساساً شبیه هم می‌باشند، می‌توان آن‌ها را به روش سیستماتیک توضیح داده و طبقه‌بندی کرد. مطابق نظریه آشوب که به معنای نظم در بی‌نظمی شناخته می‌شود، پدیده‌ای طبیعی همچون رودخانه که در ظاهر دارای پیچیدگی و بی‌نظمی است، با استفاده از روابطی در قالب هندسه درختان فرکتالی می‌توان آن را منظم و بر اساس روال و منطق خاصی تعریف کرد(آریزا[3] و همکاران ۲۰۱۳، ۸۶).

---

[1] Angeles
[2] Baas
[3] Ariza

در فرکتال‌ها این بعد فرکتال است که مهم است و نه مقیاس؛ زیرا در هر اندازه‌ای، بعد فرکتال حفظ می‌شود و بیانگر خاصیت اصلی فرکتال است. همین امر کاربرد فرکتال‌ها را در علوم امروزی زیاد کرده است. تعیین بعد فرکتالی اهمیت زیادی در شناخت رفتار و پیش‌بینی تغییرات مسیر رودخانه دارد. با اندازه‌گیری و محاسبه بعد فرکتالی می‌توان اطلاعات زیادی درباره طول انشعابات و سرچشمه‌های یک رود و همچنین شاخه‌هایی از رودخانه که امکان بررسی آن‌ها به هر دلیل وجود ندارد، دست یافت. از سوی دیگر می‌توان با استفاده از خاصیت فرکتالی پیش‌بینی کرد که یک رودخانه در طی سالیان دراز چگونه تغییر مسیر داده و بنابراین عوارض و پیامدهای تغییر مسیر آن را دنبال کرد. همچنین می‌توان چگونگی انتقال و نوع رسوب توسط رودها را با توجه به این مورد که هر شعبه‌ی رودخانه از چه مناطقی سرچشمه و یا عبور می‌کند در نظر گرفت. یکی دیگر از مواردی که به کمک خاصیت فرکتالی می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد، کنترل میزان دبی رودخانه می‌باشد. بدین طریق که با استفاده از درختان فرکتالی ابتدا می‌توان شعبات مختلف یک رودخانه را تعیین کرد و از آنجایی که بعضی از این شعبات به صورت فصلی می‌باشند، با توجه به میزان بارش، حجم آبی که وارد شاخه اصلی رود می‌شود را تحت کنترل قرارداد(فیلیپس[1]، ۲۰۰۲، ۱۴۴).

در رابطه با فرکتال در سایر کشورها کارهای زیادی انجام‌شده است؛ در این میان پکهام[2] (۱۹۸۹) ماتریس‌های نرخ انشعاب برای دو حوضه‌ی رودخانه‌ای کنتاکی و پودر[3] در آمریکا را تعیین و کاربرد تکنیک‌های تحلیلی فرکتالی را بررسی نمود. رودریگز و رینالدو[4] (۱۹۹۷) کاربردهای فرکتال برای حوضه‌های رودخانه‌ای را بر اساس الگوهای زهکشی سیستم هورتون بررسی نمود و نتایج تحقیقات دلالت بر وجود یک ماهیت آشفتگی، جهت تشریح جزئیات فرآیندهای هیدرولوژیکی داشت. کلیورینگا[5] (۱۹۹۹) شبکه‌های زهکشی و کانال‌های جزر و مدی را بر مبنای هندسه فرکتال برای مطالعه خطوط ساحلی دریای وادن دسته‌بندی نمود و اهمیت مؤلفه‌های نامنظم شامل روابط بین انتقال رسوب، شیب کلی و تکتونیک را نشان داد. سیواکومار و برناردسون[6] (۲۰۰۱) روش پیش‌بینی غیرخطی را بر اساس نظریه آشوب برای حوضه رودخانه کوآرسی واقع در شمال برزیل بررسی کردند که نتایج حاکی از نزدیکی مقادیر پیش‌بینی با مشاهداتی بوده است. همچنین بارتولو[7] و همکاران (۲۰۰۶) بعد تعمیم‌یافته فرکتالی را برای ۶ رودخانه در جنوب ایتالیا محاسبه نمودند و نشان دادند که وجود بی‌نظمی باعث افزایش پیچیدگی تحلیل سری‌های زمانی شده است. خان[8] و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از روش بعد همبستگی به بررسی رفتار آشوبی در داده‌های هیدرولوژیکی با تعداد کم پرداختند. نتایج حاکی از اطمینان‌بخش بودن این روش در مطالعه رفتار آشوبناکی سری‌های زمانی با تعداد کم بود. آن‌ها امکان وجود سیگنال‌های آشوبی در سری‌های زمانی محدود را بررسی کردند و نشان دادند که داده‌های هیدرولوژیکی محدود هم می‌توانند رفتار آشوبناکی از خود نشان دهند. دامل و یالسینز[9] (۲۰۰۷) به پیش‌بینی حجم سیلاب‌ها با استفاده از نظریه آشوب پرداختند و نشان دادند که مقادیر پیش‌بینی‌شده با نظریه آشوب نسبت به مقادیر پیش‌بینی‌شده با مدل سری‌های زمانی، دقت فراوانی دارد. بی[10] و همکاران (۲۰۱۲) از یک مدل سلولی فرکتالی برای تعیین بعد فرکتالی شبکه‌های رودخانه‌ای استفاده کردند

[1] Phillips
[2] Peckham
[3] Kentucky & Powder
[4] Rodriguez & Rinaldo
[5] Cleveringa
[6] Sivakumar & Berndtsson
[7] Bartolo
[8] Khan
[9] Damle & Yalcinz
[10] Bi

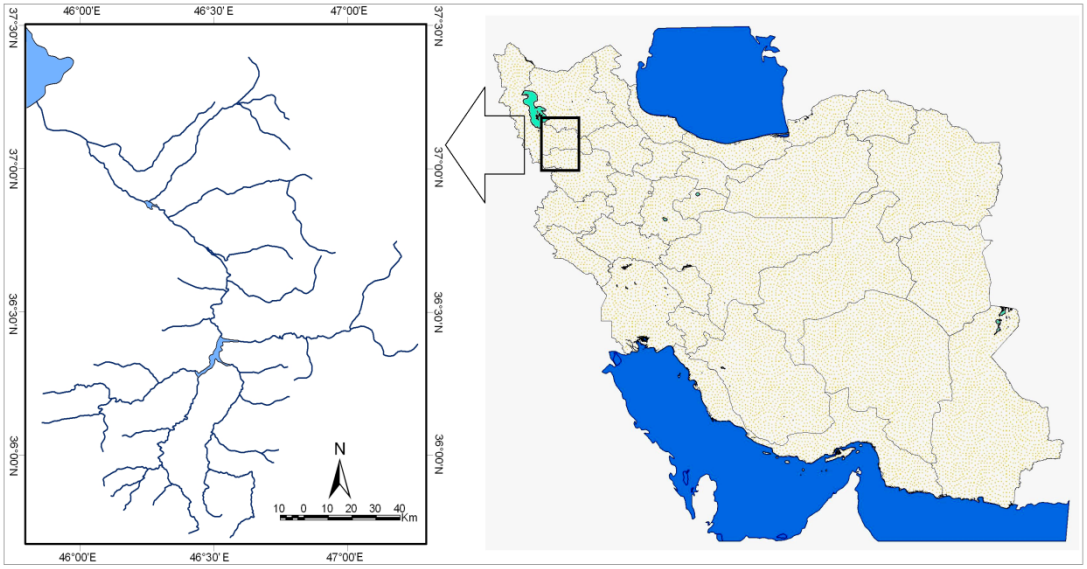
و نشان دادند که این روش می‌تواند تغییرات ویژه خواص فرکتالی پستی‌وبلندی‌ها را نشان دهد. کاساک[1] (۲۰۱۴) با مطالعه الگوی آبراهه‌ها نتیجه گرفت که با افزایش بعد فرکتالی یک الگوی آبراهه‌ای از مرتبه $X+1$ ، تعداد و یا طول آبراهه‌ها از مرتبه $X+1$ افزایش می‌یابد. گوپتا و مسا[2] (۲۰۱۴) نشان دادند که روش توکوناگا در شبکه‌های واقعی $3<R_b<5$ به دست می‌دهد؛ زیرا برخلاف مدل‌های تصادفی، این روش معین است.

در این میان مطالعات صورت گرفته در داخل کشور در زمینه نظریه آشوب و هندسه فرکتال بسیار اندک می‌باشد که بخشی از آن به دلیل نبود داده‌های دقیق در مورد پدیده‌ها، و بخش دیگر به دلیل نبود متخصصین در این زمینه می‌باشد. رامشت (۱۳۸۲) با مطالعه‌ی آثار یخچالی در دامنه‌های غربی زفره و مقایسه آن با دامنه‌های نسار شرقی این منطقه، به تبیین مبانی نظریه آشوب و تطبیق آن در ژئومورفولوژی می‌پردازد و برای دستیابی به چنین منظوری با ارائه مدل ساده‌ای از عملکرد سیستم‌های آبی منطقه در پاراگلیشیال، نمونه‌های ژئومورفیک موجود در منطقه‌ی هنجن و نطنز را که شواهد بارز آشوب در چشم‌انداز عمومی منطقه به شمار می‌آیند، معرفی و با مواردی که این پدیده در آن‌ها قابل‌مشاهده نیست، مقایسه نموده است. کرم (۱۳۸۸) به بررسی نظریه آشوب، فرکتال و سیستم‌های غیرخطی در ژئومورفولوژی پرداخت و بیان کرد که رفتار آشوبناک در اغلب سیستم‌های دینامیکی پیچیده‌ی طبیعی و ژئومورفیک ازجمله جریان‌های سطحی، حرکات توده‌ای، سیستم خاک و غیره دیده می‌شود. علمی زاده و شایان (۱۳۹۳) با تبیین نظریه آشوب در رودکل، نشان دادند که تغییر مسیرهای قبلی این رود حالتی از سیستم جریانی است و این تغییرات در جهت دست‌یابی به پایداری است، اگرچه هنوز این امر رخ نداده است. این مقاله باهدف تعیین بعد فرکتال و تحلیل آن با استفاده از روش شاخه‌بندی هورتون– استرالر و توکوناگا، به مطالعه ویژگی‌های رودخانه زرینه‌رود با استفاده از تئوری هندسه فرکتال می‌پردازد.

منطقه مورد مطالعه

رودخانه زرینه‌رود با نام محلی جغاتو از دامنه جنوبی کوه‌های چهل چشمه در ۳۵ کیلومتری شمال شرقی مریوان سرچشمه گرفته و طول شهرستان‌های تکاب، شاهین‌دژ و میاندوآب را می‌پیماید و سرانجام از گوشه جنوب شرقی به دریاچه ارومیه می‌ریزد(شکل۱). این رودخانه که از نوع دائمی می‌باشد، دارای طول ۳۰۲ کیلومتر، ارتفاع سرچشمه ۲۵۰۰متر، ارتفاع ریزشگاه ۱۲۷۵ متر، شیب متوسط ۴ درصد، بارش متوسط سالانه ۳۸۰ میلی‌متر، میانگین آبدهی ماهانه ۱۳۹/۵ میلیون مترمکعب و متوسط آبدهی سالانه ۱۸۱۳ میلیون مترمکعب است و رژیم آن از نوع سیلابی می‌باشد. بر روی این رودخانه سد بوکان قرار دارد که میزان آب خروجی را تنظیم می‌کند. در گذشته سیلاب‌های ناشی از این رودخانه روستاهای زیادی را در برمی‌گرفت. با توجه به نقشه زمین‌شناسی منطقه، این رودخانه از سنگ‌های دگرگون‌شده در جنوب و جنوب غربی سرچشمه گرفته و گرانیت، فیلیت و مرمر نیز پیرامون رودخانه را در برگرفته‌اند. همچنین سنگ‌های آتش‌فشانی دگرگون‌شده در قسمت‌های شرقی رخنمون دارند و در بخش‌های مرکزی و غرب رودخانه توف-های کواترنری، ماسه‌سنگ، شیل و آهک به‌صورت پراکنده وجود دارند.

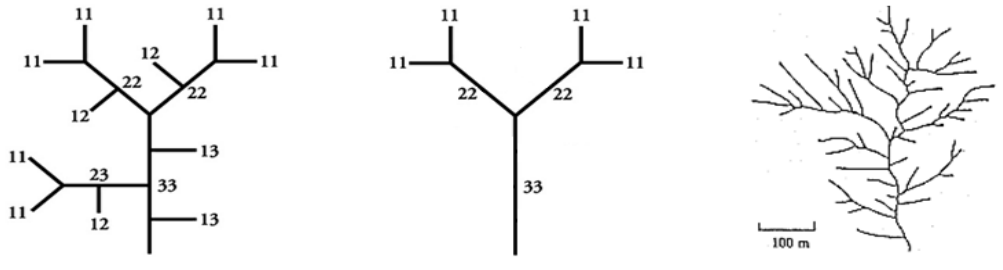
[1] Kusak
[2] Gupta & Mesa



شکل۱. محدوده موردمطالعه در شمال‌غرب ایران و جنوب دریاچه ارومیه

مواد و روش‌ها

با توجه به اینکه مبانی هرگونه تجزیه‌وتحلیل عددی ویژگی‌های رودخانه‌ها، با مفهوم رتبه‌بندی رود ارتباط دارد؛ در نتیجه در اولین گام رتبه‌بندی رودخانه زرینه‌رود به روش هورتون- استرالر و توکوناگا انجام گرفته است. در سیستم هورتون- استرالر تمام شعباتی که شاخه‌های فرعی به آن‌ها متصل نمی‌شوند، به عنوان کانال‌های رتبه اول شناخته می‌گردند. به‌عبارت‌دیگر ابتدای هر کانال به عنوان شاخه رتبه اول تعیین می‌شود. هرگاه دو شاخه رتبه اول به یکدیگر متصل شوند یک شاخه رتبه دوم تشکیل می‌گردد. بدین‌صورت در محل اتصال هر دو شاخه رتبه اول، کانال رتبه دومی ایجاد و به سمت پایین، تا نقطه‌ای توسعه می‌یابد که در آنجا به کانال رتبه دوم دیگری متصل شود و در نتیجه شاخه رتبه سوم و همین‌طور چهارم پدید می‌آید. همچنین درصورتی‌که یک شاخه رتبه اول به یک کانال رتبه دوم وارد شود، هیچ تغییری در رتبه‌بندی شاخه‌های رتبه دوم حاصل نمی‌شود(شکل۲). پس این احتمال وجود دارد که یک کانال رتبه اول به یک شاخه رتبه دوم یا سوم وصل و هیچ افزایش رتبه‌ای در نقطه اتصال پدید نیاید. افزایش رتبه در شاخه‌های رود فقط در زمانی حادث می‌شود که دو شاخه رود با رتبه‌ای برابر به یکدیگر بپیوندند.



شکل ۲. (الف): مثالی از یک شبکه زهکشی مرتبه چهارم، (ب): درخت فرکتالی خودمشابه دوتایی، (ج): درخت فرکتالی خودمشابه دوتایی با شاخه‌های جانبی(نیومن و همکاران، ۱۹۹۷)

سپس تعداد کل آبراهه‌های مرتبه i ام (N_i) برای یک درخت فرکتالی از مرتبه n با این رابطه به دست می‌آید:

$$N_i = \sum_{j=1}^{n} N_{ij} \quad (۱)$$

و نسبت انشعاب هورتون از رابطه:

$$R_b = \frac{N_i}{N_{i+1}} \quad (۲)$$

همچنین نسبت طول مرتبه از رابطه:

$$R_r = \frac{r_{i+1}}{r_i} \quad (۳)$$

محاسبه می‌شود که در اینجا N_i تعداد آبراهه‌های مرتبه i ام و r_i طول متوسط آبراهه‌های مرتبه i ام است. این مقادیر مستقل از مرتبه، برای شبکه‌های زهکشی تقریباً ثابت هستند. با استفاده از بعد فرکتالی(D) برای شبکه‌های زهکشی، رابطه زیر بین طول و مرتبه شبکه برقرار است(تارکوت[1]، ۲۰۰۷، ۳۰۸):

$$D = \frac{\ln R_b}{\ln R_r} \quad (۴)$$

برای شبکه‌های زهکشی معمولاً این بعد در حدود ۱/۸ می‌باشد. یک مثال ساده از شبکه‌های زهکشی در شکل (۲.الف) نشان داده شده است. درخت فرکتالی دوتایی یک ساختار بسیار منظم است، بدین طریق که شاخه اصلی به دو شاخه با طولی برابر با نصف شاخه اصلی و این دو شاخه به چهار شاخه با طولی برابر با یک‌چهارم شاخه اصلی تقسیم می‌شوند. واضح است که این ساختار می‌تواند به مراتب بالا و بالاتر انتقال یابد. سیستمی که برای این درخت بیان می‌شود؛ دارای $R_b, R_r = ۲$ و $D = ۱$ است.

اختلاف بارزی بین شبکه زهکشی در شکل (۲.الف) و درخت فرکتالی دوتایی در شکل (۲.ب) وجود دارد. شبکه‌های زهکشی شاخه‌های جانبی دارند که در آن‌ها مثلاً آبراهه مرتبه اول، آبراهه‌های مرتبه دوم، سوم و بالاتر را قطع می‌کند. به طور مشابه آبراهه مرتبه دوم، آبراهه مرتبه سوم، چهارم و بالاتر را قطع می‌کند. برای طبقه‌بندی شاخه‌های جانبی، توکوناگا[2] سیستم مرتبه‌بندی هورتون- استرالر را بسط داد. یک شاخه مرتبه اول که یک شاخه مرتبه اول را قطع می‌کند با ۱۱ و تعداد چنین شاخه‌هایی با N_{11} ؛ یک شاخه مرتبه اول که یک شاخه مرتبه دوم را قطع می‌کند با ۱۲ و تعداد چنین شاخه‌هایی با N_{12} ؛ یک شاخه مرتبه دوم که یک شاخه مرتبه دوم را قطع می‌کند با ۲۲ و تعداد چنین شاخه‌هایی با N_{22} نشان داده می‌شود. توکوناگا از رابطه زیر استفاده کرده و کمیت Tij را به دست می‌آورد(نیومن و همکاران، ۱۹۹۷، ۶۰۶):

$$T_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_j} \quad (۵)$$

همان طور که در رابطه ۵ ملاحظه می‌شود از Nij که تعداد شاخه‌های جانبی است برای محاسبه Tij استفاده شده است. سپس رابطه‌ای نمایی شامل دو مجهول a و c معرفی می‌کند که این دو مجهول به پارامترهای توکوناگا معروف‌اند. رابطه‌ی نمایی به شکل زیر است:

$$T_k = ac^{k-1} \quad (۶)$$

[1] Turcotte
[2] Tokunaga

در رابطه بالا T_k از فرمول زیر به ازای مقادیر مختلف $0 < k < n$ تعیین می‌شود:

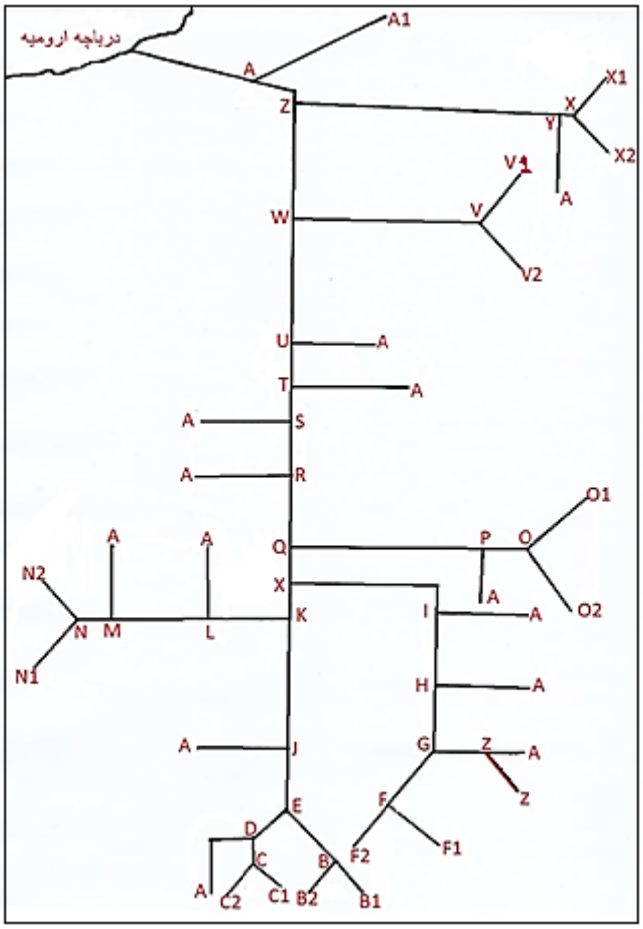
$$T_k = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} T_{i,i+k} \quad (۷)$$

برای درک رابطه فوق می‌توان از ماتریس بالا مثلثی زیر کمک گرفت:

$$\begin{matrix} T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{23} & T_{24} & \\ T_{34} & & \end{matrix} \quad (۸)$$

برای به دست آوردن مقادیر رابطه ۷ مطابق با ماتریس ۸، به عنوان مثال به ازای k=1 میانگین مقادیر Tij در ستون اول محاسبه می‌شود و به ازای k=2 میانگین مقادیر Tij در ستون دوم و به همین ترتیب الی‌آخر. پس از محاسبه مقادیر T_k و قرار دادن آن‌ها در رابطه ۶ نموداری قابل ترسیم است که ضرایب a و c از روی آن به دست می‌آید. سپس پارامترهای توکوناگا را در رابطه زیر قرار داده و R_b تعیین می‌شود(پکهام،۱۹۹۵، ۹۵):

$$R_b = \frac{2+c+a+\sqrt{(2+c+a)^2-8c}}{2} \quad (۹)$$



شکل ۳: درخت متناظر با رودخانه زرینه‌رود با شاخه‌های جانبی و نام‌گذاری شاخه‌ها

یافته‌های پژوهش و بحث:

برای بررسی نظریه فرکتال و تعیین بعد فرکتالی در رودخانه زرینه‌رود، ابتدا رتبه‌بندی تمام شاخه‌های فرعی با استفاده از سیستم هورتون- استرالر و توکوناگا و نقشه‌های توپوگرافی و DEM منطقه و نرم‌افزار Arc GIS انجام شد(شکل۳ و جدول۱).

جدول ۱: طول و مرتبه شاخه‌های رودخانه زرینه‌رود

نام شاخه	طول (km)	مرتبه توکوناگا	مرتبه هورتون- استرالر
F1F	۴۸/۰۴	۱۱	۱
F2F	۲۵/۶۵	۱۱	۱
B1B	۲۶/۷۳	۱۱	۱
B2B	۱۱/۰۵	۱۱	۱
C2C	۱۲/۷۷	۱۱	۱
C1C	۱۳/۷۳	۱۱	۱
N1N	۶/۵۷	۱۱	۱
N2N	۲۰/۴۰	۱۱	۱
AY	۲۶/۹۴	۱۲	۱
AP	۲۰/۶۲	۱۲	۱
AD	۲۰/۴۲	۱۲	۱
AJ	۱۷/۸۵	۱۳	۱
AR	۱۷/۸۵	۱۴	۱
AT	۴۹/۲۸	۱۴	۱
AU	۴۰/۸۷	۱۴	۱
DE	۶/۰۹	۲۲	۲
BE	۹/۰۷	۲۲	۲
ZG	۲۱/۵	۲۲	۲
NMLK	۴۷/۹۹	۲۳	۲
GHIX	۳۳/۷	۳۳	۳

نام شاخه	طول (km)	مرتبه توکوناگا	مرتبه هورتون- استرالر
ZZ	۵/۵	۱۱	۱
O2O	۳۱/۸۷	۱۱	۱
O1O	۴۲/۳۴	۱۱	۱
V2V	۳۷/۷۰	۱۱	۱
V1V	۸/۸۴	۱۱	۱
X1X	۵/۳۴	۱۱	۱
X2X	۲۴/۵۳	۱۱	۱
AZ	۵	۱۱	۱
AM	۳۱/۲۳	۱۲	۱
AL	۲۶/۷۰	۱۲	۱
AI	۱۷/۴۶	۱۳	۱
AH	۱۹/۳۵	۱۳	۱
A1A	۶۳/۸۹	۱۴	۱
AS	۱۷/۸۸	۱۴	۱
FG	۱۶/۴	۲۲	۲
OPQ	۴۶/۶۵	۲۴	۲
VW	۴۷/۸۲	۲۴	۲
XYZ	۵۲/۲۵	۲۴	۲
EJKX	۵۵/۷۱	۳۳	۳
XQ…ZA	۱۲۰/۲۲	۴۴	۴

با توجه به (جدول۱) شاخه اصلی این رود که از شاخه XQ شروع و به دریاچه ارومیه ختم می‌شود، از مرتبه ۴۴ می‌باشد. در این راستا مرتبه و طول هر شاخه را محاسبه نموده و سپس تعداد شاخه‌ها به تفکیک مرتبه(جدول۲) و میانگین طولی شاخه‌ها تعیین شدند (جدول۳). در ادامه پس از تعیین مقادیر میانگین برای نسبت انشعاب (جدول۴)، نسبت طولی شاخه‌ها مطابق (جدول۵) محاسبه شد.

جدول ۲: تعداد شاخه‌ها به تفکیک مرتبه در روش هورتون

پارامتر	مرتبه اول (N_1)	مرتبه دوم (N_2)	مرتبه سوم (N_3)	مرتبه چهارم (N_4)
تعداد شاخه‌ها (N_i)	۲۹	۸	۲	۱

جدول ۳: میانگین طولی شاخه‌ها

پارامتر				
میانگین طول (r_i)	۲۴/۰۱	۳۰/۹۷	۴۴/۷۳	۱۲۰/۲۲

جدول ٤: نسبت انشعاب در روش هورتون

پارامتر	N_1/N_2			میانگین
نسبت انشعاب (R_b)	۳/۶۲	۴	۲	۳/۲۱

جدول ۵: نسبت طولی مرتبه

پارامتر	r_2/r_1	r_3/r_2	r_4/r_3	میانگین
نسبت طولی مرتبه (R_r)	۱/۲۹	۱/۴۳	۲/۶۹	۱/۸۰

در ادامه بعد فرکتالی مطابق رابطه ۴ و داده‌های جداول ۱ تا ۵ به دست آمد:

به این ترتیب بعد فرکتالی D =۱/۹۸ محاسبه گردید. مشاهده می‌شود که بعد فرکتالی مقداری بین ۱ و ۲ را دارا می‌باشد؛ این بدین معناست که فرکتال نه خط و نه صفحه، بلکه خطی است که در صفحه گسترش پیدا می‌کند.

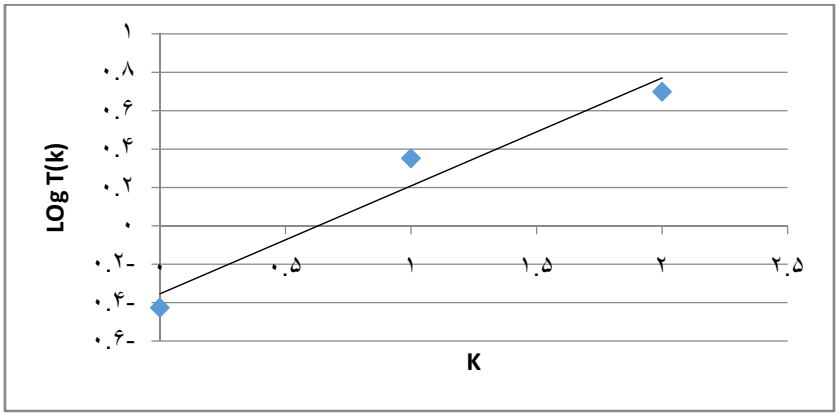
سپس مطابق روش توکوناگا عمل می‌کنیم. در این روش، هنگامی‌که درخت فرکتالی دارای شاخه‌های جانبی باشد، بعد فرکتالی به کمک ارتباط بین شاخه‌های مرتبه i و شاخه‌های مرتبه j که یک ماتریس بالا مثلثی را تشکیل می‌دهد، به دست می‌آید. پس ابتدا مطابق رابطه ۵ ماتریس ارائه‌شده در رابطه ۸ را تشکیل می‌دهیم که به‌صورت زیر است:

$$\begin{matrix} 0.625 & 1.5 & 5 \\ 0.5 & 3 & \\ 0 & & \end{matrix}$$

حال مطابق ماتریس بالا مقادیر T_k را با توجه به رابطه ۷ تعیین می‌کنیم. ازآنجاکه شاخه اصلی رود از مرتبه چهارم است، پس $0<k<4$ است. بدین ترتیب مقادیر $T_1 = 0.375$، $T_2 = 2.25$ و $T_3 = 5$ به دست می‌آیند. با قرار دادن این مقادیر در رابطه ۶ و رسم نمودار لگاریتمی T_k بر حسب مقادیر k (رابطه ۱۰ و شکل ۴) پارامترهای $a = 0.44$ و $c = 3.648$ محاسبه گردید.

$$\Rightarrow \log T_k = \log ac^{(k-1)} \Rightarrow \log T_k = (k-1)\log ac \Rightarrow \log T_k = (k-1)(\log a + \log c) \quad (۱۰)$$

(رابطه۶)



شکل ٤: وابستگی T(K) به K با مقادیر ثابت a = 0.44 و c = 3.648

در نمودار شکل ۴ مقدار $\log T_k$ برحسب k مطابق رابطه ۱۰ به‌صورت خطی تبدیل شده است. با رسم نقاط و برازش خط بر روی نقاط بهترین مقادیر a و c به دست می‌آیند.

در ادامه پارامترهای توکوناگا را در رابطه ۹ قرار داده و R_b را تعیین می‌کنیم:

$$R_b =$$

در نگاه اول بین مرتبه و طول شاخه‌ها هیچ‌گونه ارتباط و همبستگی وجود ندارد و همان طور که در (جدول۳) مشاهده می‌شود؛ با افزایش مرتبه، میانگین طولی انشعابات رود نیز افزایش می‌یابد؛ زیرا همان طور که شاخه‌ها به هم پیوند می‌خورند، میزان دبی افزایش‌یافته و قدرت پیشروی رود بیشتر می‌شود.

نتیجه‌گیری

با توجه بررسی‌های انجام‌شده، بعد فرکتالی رودخانه زرینه‌رود ۱/۹۸ محاسبه شد؛ ازآنجایی‌که این مقدار بین ۱ و ۲ می‌باشد، می‌توان گفت که این رودخانه از خواص فرکتالی تبعیت می‌کند. بعد فرکتالی بالای رودخانه معرف تراکم زهکشی بیشتر و زمان کمتر برای رسیدن به جریان دائمی است. بعلاوه سازندهای کواترنری و دامنه‌های پوشیده از شیل و فلیش، تعداد زیادی شاخه رتبه اول و حتی دوم را به وجود آورده و به شبکه اضافه نموده، این امر در رتبه بقیه شاخه‌های رود نیز اثر مستقیمی دارد. همچنین هرچه بعد فرکتالی بیشتر باشد، پیک هیدروگراف رودخانه نیز به همان نسبت بیشتر خواهد بود. به این ترتیب تعداد انشعابات رودخانه از مرتبه‌های گوناگون، همچنین سطح و طول این انشعابات از رابطه توانی و فرکتالی پیروی می‌کنند.

یکی از ویژگی‌های آشوب حساسیت بسیار به شرایط اولیه است، به طوری که کوچک‌ترین تغییر در موقعیت اولیه یک پدیده باعث ایجاد تغییرات بزرگ در کل سیستم می‌شود. از این‌رو ملاحظه می‌شود که در صورت حذف یک شاخه فرعی(مثلاً شاخه ZZ) از شاخه AG سیستم رتبه‌بندی کل رودخانه دچار تغییر شده و مرتبه شاخه اصلی از ۴۴ به ۳۳ تغییر می‌کند. پس می‌توان نتیجه گرفت که این سیستم به شرایط اولیه حساس بوده و کل سیستم در نتیجه یک تغییر

کوچک دچار تغییر می‌شود. از سوی دیگر پدیده‌ای که در نگاه اول دارای هیچ قاعده و ترتیب خاصی نیست طبق روابطی که بیان شد دچار نظم شده و به طور دقیق قابلیت بررسی دارد.

با توجه به آنکه در هندسه فرکتالی، منحنی‌های موجود در صفحه دارای بعدی بین ۱ تا ۲ بوده و تغییرات منحنی باعث تغییر در بعد آن در صفحه (بین خط مستقیم با بعد ۱ و صفحه کامل با بعد ۲) می‌گردد، لذا بعد فرکتالی می‌تواند شاخص مناسبی برای بیان تغییرات رودخانه باشد و به عنوان پارامتر هندسی جدید وارد مدل‌های ریخت‌شناسی رودخانه‌ها گردد. از این روابط می‌توان جهت بررسی تغییرات انشعابات رودخانه‌ها و نیز حوضه‌ی آن‌ها در گذر زمان بهره جست. شکل هندسی رودخانه (منحنی رودخانه)، می‌تواند به عنوان یک خم چند- فرکتال مدنظر قرار گیرد و از این منظر تئوری ریاضی چند- فرکتال می‌تواند به عنوان ابزاری مناسب، جهت پیش‌بینی شکل هندسی آتی رودخانه‌ها به خدمت گرفته شود.

پیشنهاد

هندسه فرکتال به عنوان ابزاری در زمینه ریاضیات جهت مطالعه ژئومورفولوژی رودخانه‌ها کاربرد دارد و تعداد شاخه‌های یک رودخانه با مراتب گوناگون و طول این شاخه‌ها از روابط نمایی و فرکتالی تبعیت می‌کند. لذا این هندسه جهت پیش‌بینی شکل یک رودخانه طی سالیان دراز کاربرد دارد. در پایان پیشنهاد می‌شود جهت بررسی تغییرات رودخانه، سایر ابعاد فرکتالی از جمله بعد فرکتالی سطح رودخانه نیز در نظر گرفته شود، تا بتوان به نتایجی با کاربرد بیشتر در این زمینه دست یافت.

سپاسگزاری:

«این مقاله مستخرج از نتایج طرح تحقیقاتی اجرا شده با شماره قرارداد ۷۴ (۲۵۰-۱/۱۰۰) مورخ ۱۳۹۳/۴/۲ از محل اعتبارات ویژه پژوهشی دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر می‌باشد.»

منابع

- رامشت، م. ح.، ۱۳۸۲، نظریه کیاس در ژئومورفولوژی، مجله جغرافیا و توسعه، شماره۱، صص ۱۳-۳۶.
- علمی زاده، ه. و شایان، س، ۱۳۹۳، نظریه آشوب در ژئومورفولوژی جریانی (مطالعه موردی تغییرات بستر رود کل، هرمزگان)، جغرافیا و برنامه‌ریزی محیطی، دوره ۲۵ شماره ۳ (پیاپی ۵۵)، صص۲۱۷-۲۳۰.
- کرم، الف، ۱۳۸۹، نظریه آشوب، فرکتال (برخال) و سیستم‌های غیرخطی در ژئومورفولوژی، مجله جغرافیای طبیعی، شماره۸، صص ۶۷-۸۲.
- *Angeles.G, Perillo.G, Pierini. J, 2004, **Fractal analysis of tidal channels in the Bahía Blanca Estuary (Argentina),** Geomorphology, Volume 57, Issues 3–4, Pages 263-274*
- *Ariza.V. A, Jiménez-Hornero. F., Gutiérrez de Ravé. E., 2013,**Multi-fractal analysis applied to the study of the accuracy of DEM-based stream derivation**, Geomorphology, Volume 197, Pages 85-95*
- *Baas, A.C.W, 2002. **Chaos, fractals and self-organization in coastal geomorphology: simulating dune landscapes in vegetated environments**. Geomorphology 48 (2002) 309 – 328.*
- *Bartolo, S.G., Veltri, M. and Primavera L., 2006, **Estimated generalized dimensions of river networks**, Journal of Hydrology, 322, 181–191.*
- *Bi, L., He, H., Wei, Z., Shi, F., 2012, **Fractal properties of landform in the Ordos Block and surrounding areas**, China. Geomorphology, 175, 151–162*

- *Cleveringa, J., Oost, A.P., 1999. **The fractal geometry of tidal-channel systems in the Dutch wadden Sea**. Geologie in Mijnbouw 78, 21 – 30.*
- *Damle, C. and Yalcin, A., 2007, **Flood Prediction Using Time Series Data Mining**, Journal of Hydrology 333: 305-316.*
- *Gupta, V.K., Mesa, O.J., 2014, **Horton laws for hydraulic–geometric variables and their scaling exponents in self-similar Tokunaga river networks**, Nonlin. Processes Geophys., 21, 1007-1025.*
- *Horton, R.E., 1945. **Erosional development of streams and their drainage basins: hydrographical approach to quantitative morphology**. In: Christofoletti, A. (Ed.), Geomorfologı´a Fluvial. O Canal Fluvial, vol. 1. Ed. Blu¨cher, Sa˜o Paulo, Brazil, pp. 312 – 326.*
- *Khan S. Ganguly A.R. and Saigal S. 2005, **Detection and Predictive Modeling of Chaos In Finite Hydrologycal Time Series**, Nonlinear Processes in Geophysics 12: 41-53.*
- *Kusak, M., 2014**, Methods of fractal geometry used in the study of complex geomorphic netwoks**, AUC Geographica, 49, No. 2, pp. 99–110.*
- *Mandelbrot, B., 1967. **How long is the coast of Britain**? Statistical self-similarity and fractional dimension. Science 156, 636 – 638.*
- *Newman, W.I., Turcotte, D.L., Gabrielov, A.M., 1997, **Fractal Trees with Side Branching**, World Scientific Publishing Company, Vol. 5, No. 4, 603-614.*
- *Peckham, S.D., 1989, **New Results for Self-Similar Trees with Applications to River Networks**,"Water Resour. Res.31, 1023.*
- *Phillips, J. D., 2002, **Interpreting the fractal dimension of river networks**, In: LAM, N. S. N., DECOLA, L. (eds.): Fractals in Geography. PTR Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 142–157.*
- *Rodriguez, I., Rinaldo, A., 1997. **Fractal River Basins: Chance and Self-Organization**. Cambridge Univ. Press, Cambridge. 547 pp.*
- *Sivakumar, B., Berndtsson, R., 2010, **Advances in Data-based Approaches for Hydrologic Modeling and Forecasting**, World Scientific, Singapore. 441 pp.*
- *Turcotte, D. L., 2007, **Fractal and Chaos in Geology and Geophysics**, Cambridge University Press, Cambridge, 398.*